„Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości", tom 76 (132), SKwP, Warszawa 2014, s. 165–180

Przydatność zmodyfikowanej metody różnic cząstkowych do systemowej analizy wskaźnikowej

Piotr Wójtowicz *

Wstęp

Podstawowym i najbardziej naturalnym narzędziem oceny sytuacji ekonomicznej przedsiębiorstwa jest analiza finansowa jego sprawozdania finansowego. Spektrum metod tej analizy jest niezwykle szerokie, można bowiem stosować zarówno analizę wskaźnikową w podstawowym zakresie, ograniczając się praktycznie do kilkunastu wskaźników, jak i sięgać do zaawansowanych metod, jak modele dyskryminacyjne czy sieci neuronowe. Wydaje się, że rozsądny kompromis między nakładem pracy a korzyściami z analizy można osiągnąć w praktyce, stosując systemy powiązanych ze sobą wskaźników, o których Dariusz Wędzki (2009, s. 12) twierdzi, że ułatwiają przyczynowo-skutkowe diagnozowanie problemów i testowanie rozwiązań. Nie kwestionując praktycznej przydatności metod analizy, warto zwrócić uwagę, że analiza wskaźnikowa pozwala zwykle na identyfikację przede wszystkim skutków wyrażonych wartościami pozycji sprawozdania finansowego. Sprawozdanie finansowe jest bowiem szczególnym dokumentem, prezentującym w syntetycznej formie efekty pracy całego zespołu ludzi pracującego w przedsiębiorstwie, które są uwarunkowane wieloma czynnikami, rzecz można głębokimi determinantami, z ekonomiczną stałą potencjalnego wzrostu na czele (Dobija, 2011). Posługiwanie się systemami wskaźników ma niewątpliwie tę zaletę, że pozwala w sposób racjonalny dekomponować syntetyczne wskaźniki, jak *ROA* czy *ROE*, na elementy składowe. W dalszej kolejności ułatwia to dociekanie przyczyn sytuacji ekonomicznej, a wreszcie pozwala na ocenę wywiązywania się zarządzających różnych szczebli z powierzonych im zadań. Chodzi tu przede wszystkim o porównania w czasie, a więc próbę przybliżenia się do odpowiedzi na pytanie o możliwe przyczyny zmiany wartości wskaźnika, na przykład wzrostu *ROA* dla danego przedsiębiorstwa o 2 punkty procentowe w ciągu roku.

Celem niniejszego artykułu jest prezentacja teorii legitymizującej metodę różnic cząstkowych i ocena przydatności tej metody we współczesnej, zaawansowanej analizie wskaźnikowej w sytuacji, gdy korzysta się z systemu wskaźnika. Prezentowane tu uzasadnienie teoretyczne tej konkretnej metody analizy uwalnia od problemów związanych z postacią analityczną badanej funkcji oraz pozwala na uzasadnioną rezygnację z problematycznej analizy tzw. odchyleń łącznych.

* Dr hab. Piotr Wójtowicz, adiunkt, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Rachunkowości, e-mail: piotr.wojtowicz@uek.krakow.pl

1. Przesłanki teoretyczne modyfikacji metody różnic cząstkowych

Metoda różnic cząstkowych jest jedną z tzw. metod deterministycznych wykorzystywanych w analizie finansowej do określenia wpływu wyodrębnionych wielkości na badane zjawisko. Ograniczeniem zastosowań tych metod jest konieczność znajomości funkcji opisującej związek między badaną wielkością a domniemanymi przyczynami stojącymi za obserwowanymi odchyleniami. Liczni autorzy zajmujący się tą problematyką (Waśniewski, 1972; Burzym, 1984; Bednarski i in., 1996; Micherda, 1997) wymieniają zwykle metody kolejnych podstawień, reszty, proporcjonalnego podziału odchyleń, podstawień krzyżowych, funkcyjną, logarytmowania oraz metodę różnic cząstkowych, choć Lech Bednarski (1997, s. 23–24), omawiając wachlarz metod i kryteriów ich klasyfikacji, wymienia w sumie około 20 metod. Na szczególną uwagę zasługuje monografia Adama Żwirbli (2007), będąca pogłębionym studium cech charakterystycznych, zalet, wad i obszarów zastosowań tych metod. Autor ten podaje (Żwirbla, 2007, s. 62), że twórcą metody różnic cząstkowych był Józef Szczepaniak (1965, s. 65–71), który wprowadził ją jednak bez odwołania do teorii, prezentując jedynie dobrze znane z literatury (zob. na przykład Bednarski i in., 1996, s. 46–48) formuły obliczeniowe oraz komentując problemy związane z jej aplikacją.

Rozpoczynając po raz kolejny refleksję dotyczącą metod analizy przyczynowej, trzeba zwrócić uwagę za Mieczysławem Dobiją (1988, s. 259–260), że niezależnie od konkretnej metody podziału odchyleń, zawsze celem jest analiza różnicy *R*:

$$R = f(x_1^1,\dots,x_n^1) - f(x_1^0,\dots,x_n^0) \quad (1),$$

gdzie:

– $f(x_1,\dots,x_n)$ – wielkość badana przedstawiona jest jako funkcja *n* argumentów,

– $x_1,\dots,x_n$ – argumenty reprezentujące domniemane czynniki kształtujące badaną wielkość, indeks „^{1}” oznacza bieżącą wartość funkcji *f* (wartość w punkcie P_1), indeks „^{0}”oznacza podstawę porównań (wartość w punkcie P_0).

Witold Olszański (1989, s. 52) sformułował pięć warunków formalnych, które jego zdaniem powinna spełniać poprawna metoda analizy. W konkluzji podaje on, że jedynie metoda logarytmowania spełnia wszystkie te warunki, jednak jej zakres zastosowań jest ograniczony ze względu na właściwości funkcji logarytmicznej. Metoda funkcyjna spełnia cztery warunki, a kolejnych podstawień tylko trzy, zaś metoda różnic cząstkowych została wykluczona z analizy ze względu na trudności z interpretacją odchyleń łącznych. Na tej podstawie Dariusz Wędzki (2009, s. 444) twierdzi, że przydatne wydają się tylko metoda kolejnych podstawień oraz metoda logarytmiczna. Propagatorem metody kolejnych podstawień jest również Adam Żwirbla (2007). Obie wspomniane metody stosuje Dariusz Wędzki (2009, s. 446–447). Autor ten wraca także uwagę, że prostszym rozwiązaniem w zakresie oceny kierunku zmiany wskaźnika w czasie jest analiza odchyleń względnych. Ma ona jednak tę zasadniczą wadę, że odchylenia względne domniemanych czynników, czyli wskaźników niższego poziomu w systemie wskaźnika, nie mogą być bezpośrednio powiązane z odchyleniem wskaźnika syntetycznego.

Dążąc do uzasadnienia teoretycznego metod analizy, Mieczysław Dobija (1988, s. 266) zaproponował, by biorąc za punkt wyjścia zależność funkcyjną *f* oraz dwie jej wartości, w punkcie P_1 oraz P_0, posłużyć się znanym z analizy matematycznej twierdzeniem Lagrange'a, zwanym też twierdzeniem o przyrostach (skończonych) lub twierdzeniem o wartości średniej. Różnicę (1) można przedstawić jako sumę różnic cząstkowych wywołanych wpływem zmiany poszczególnych czynników, czyli jako sumę $R = R_{x1} + R_{x2} + ... + R_{xn}$. Prowadząc analizę, dąży się, by różnice cząstkowe R_{xi} (i = 1,…, n) przedstawić jako iloczyn zmiany czynnika oraz określonego współczynnika C_i, zatem:

$$R = C_1 \Delta x_1 + ... + C_n \Delta x_n \, , \qquad (2),$$

gdzie

$$\Delta x_i = x_i^1 - x_i^0 \, .$$

Mając to na uwadze oraz sięgając do metod analizy matematycznej, można stwierdzić, że jeżeli pochodne cząstkowe funkcji $f(x_1, x_2)$ istnieją w pewnym otoczeniu punktu (x_1^0, x_2^0) i są ciągłe jako funkcje x_1, x_2, to wówczas[1]:

$$R = f(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2) - f(x_1^0, x_2^0) = f_{x_1}^{'}(x_1^0, x_2^0)\Delta x_1 + f_{x_2}^{'}(x_1^0, x_2^0)\Delta x_2 + r(\Delta x_1, \Delta x_2) \qquad (3),$$

przy czym

$$\lim_{(\Delta x_1, \Delta x_2) \to (0,0)} \frac{r(\Delta x_1, \Delta x_2)}{|(\Delta x_1, \Delta x_2)|} = 0 \qquad (4).$$

Warunki (3) oraz (4) oznaczają, że skończony przyrost funkcji różniczkowalnej można dobrze przybliżać za pomocą funkcji liniowej przyrostów zmiennych niezależnych Δx_1, Δx_2 z błędem $r(\Delta x_1, \Delta x_2)$, który dąży do zera, jeśli $\Delta x_1 \to 0$, $\Delta x_2 \to 0$. Korzystając z twierdzenia Lagrange'a, można więc przeprowadzić analizę przyrostów dowolnej wielkości ekonomicznej. Co niezwykle ważne z punktu widzenia analizy finansowej, zwłaszcza w wypadku systemu wskaźnika, brak tu założeń dotyczących postaci ogólnej funkcji *f*, nie ma też znaczenia kolejność obliczania przyrostów, natomiast jej argumenty powinny być niezależne, co czasami w praktyce zastosowań

[1] Dla uproszczenia w tym miejscu przedstawia się zależności dla funkcji dwóch zmiennych.

ekonomicznych trudno spełnić. Przykład zastosowania tej metody do analizy wpływu pięciu domniemanych czynników kształtujących stopę zwrotu z kapitału własnego *ROE* przedstawił jej pomysłodawca, Mieczysław Dobija (1997, s. 278–280). Autor ten nie zwraca jednak uwagi, że postępując według proponowanego algorytmu, mamy w istocie do czynienia z pierwszym wyrazem rozwinięcia funkcji w szereg Taylora. Szereg ten jest przedstawieniem funkcji (n+1) krotnie różniczkowalnej przy pomocy wielomianu zależnego od kolejnych jej pochodnych oraz dostatecznie małej reszty. Kompletny wykład na jego temat znaleźć można w wielu podręcznikach do analizy matematycznej (zob. na przykład Rudnicki, 2001, s. 192–194). Biorąc pod uwagę odpowiednie założenia oraz dysponując wartością funkcji f w punkcie P_0, możemy przedstawiać jej wartość w dowolnym punkcie P należącym do pewnego przedziału jako[2]:

$$f(P) = f(P_0) + \frac{df(P_0)(\Delta x_1, \Delta x_2)}{1!} + \frac{d^2 f(P_0)(\Delta x_1, \Delta x_2)}{2!} + ... + \frac{d^n f(P_0)(\Delta x_1, \Delta x_2)}{n!} \quad (5).$$

Szereg ten może być użytecznym narzędziem dającym rozwiązanie problemów charakterystycznych dla metod analizy finansowej. W zastosowaniach ekonomicznych znana jest wartości funkcji f w punkcie P_0, na przykład wartość wskaźnika *ROA* za pierwszy rok objęty analizą, a więc będąca bazą do porównań, oraz w punkcie P_1, czyli wartość *ROA* za kolejny rok objęty analizą. Analityk pyta o wpływ domniemanych czynników, a więc wskaźników niższego rzędu, na obserwowaną zmianę. Wpływ ten możemy oszacować właśnie za pomocą rozwinięcia wartości funkcji w szereg Taylora. Ze względu na właściwości szeregu uzyskuje się wyniki, mówiąc językiem analizy finansowej, niezależne od kolejności podstawiania, także postać funkcji f nie jest zbyt wielkim ograniczeniem. Jedyna trudność praktyczna może pojawić się, gdy liczba domniemanych czynników jest duża, na przykład 10, bo kolejne wyrazy rozwinięcia wymagają wyznaczania wielu pochodnych wyższych rzędów. Można jednak przypuszczać, że w większości zastosowań pierwszy, ewentualnie drugi wyraz rozwinięcia będą wystarczające, a pozostałe nie będą mieć znaczenia merytorycznego.

2. Proponowany algorytm obliczeń

Dążąc do prezentacji algorytmu zmodyfikowanej metody różnic cząstkowych, rozważa się najpierw prosty, typowy przykład (tabela 1) dotyczący analizy odchyleń funkcji trzech zmiennych w postaci iloczynu.

[2] Znów dla uproszczenia na razie prezentuje się wzór dla funkcji dwóch zmiennych.

Tabela 1. Dane do przykładu

Wyszczególnienie	Plan	Wykonanie	Różnica
Wielkość produkcji w szt. (q)	880	850	–30,00
Norma czasu pracy w godz./szt. (n)	2,00	2,05	0,05
Stawka godzinowa w zł/godz. (s)	10,20	10,00	–0,20
Koszty wynagrodzeń (K)	17 952	17 425	–527,00

Źródło: opracowanie własne.

Całkowity koszt wynagrodzeń K ma następującą postać:

$$K(q,n,s) = q \times n \times s \qquad (6).$$

Aby rozwinąć w szereg Taylora funkcję (6), trzeba wyznaczyć pochodne cząstkowe w punkcie P_0 (plan). Pochodne rzędu pierwszego są następujące: $\frac{\partial K}{\partial q} = n \times s$; $\frac{\partial K}{\partial n} = q \times s$; $\frac{\partial K}{\partial s} = q \times n$, a ich wartości w punkcie P_0 wynoszą:

$$\frac{\partial K}{\partial q}(P_0) = 2 \times 10{,}20 = 20{,}40;$$

$$\frac{\partial K}{\partial n}(P_0) = 880 \times 10{,}20 = 8976;$$

$$\frac{\partial K}{\partial s}(P_0) = 880 \times 2{,}00 = 1760.$$

Korzystając z pierwszego wyrazu rozwinięcia w szereg Taylora, możemy obliczyć domniemany wpływ zmiany czynników na rzeczywistą wartość wynagrodzeń:

– zmiana produkcji $\frac{\partial K}{\partial q}(P_0) \times \Delta q = 20{,}40 \times (-30) = -612$;

– zmiana normy $\frac{\partial K}{\partial n}(P_0) \times \Delta n = 8976 \times 0{,}05 = 448{,}80$;

– zmiana stawki $\frac{\partial K}{\partial s}(P_0) \times \Delta s = 1760 \times (-0{,}20) = -352$.

Te same obliczenia można wykonać, stosując tzw. wzory uproszczone właściwe dla metody różnic cząstkowych (Bednarski i in., 1996, s. 47):
– zmiana produkcji $(q_1 - q_0) \times n_0 \times s_0 = (850 - 880) \times 2 \times 10{,}20 = -612$;
– zmiana normy $q_0 \times (n_1 - n_0) \times s_0 = 880 \times (2{,}05 - 2) \times 10{,}20 = 448{,}80$;
– zmiana stawki $q_0 \times n_0 \times (s_1 - s_0) = 880 \times 2 \times (10 - 10{,}20) = -352$.

Zidentyfikowane odchylenia stanowią łącznie niemal 98% różnicy rzeczywistej, a ich suma –612+448,80–352= –515,20 nie daje różnicy rzeczywistej –527, gdyż obliczając tylko pierwszy wyraz rozwinięcia pominięto wpływ odchyleń łącznych. Co ważne, reszta nie jest wynikiem lenistwa czy też niewiedzy analityka, lecz ma uzasadnienie teoretyczne, a biorąc pod uwagę meritum badań można ją z pewnością uznać za „dostatecznie małą”[3] i zakończyć poszukiwanie domniemanych przyczyn.

Dalsza analiza prowadzona jest tylko w celu pokazania właściwości proponowanej metody. Kontynuując, należy obliczyć drugi wyraz rozwinięcia w szereg Taylora. Pochodne rzędu drugiego są następujące:

$$\frac{\partial^2 K}{\partial q^2} = 0;\ \frac{\partial^2 K}{\partial q \partial n} = s;\ \frac{\partial^2 K}{\partial q \partial s} = n;$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial n^2} = 0;\ \frac{\partial^2 K}{\partial n \partial q} = s;\ \frac{\partial^2 K}{\partial n \partial s} = q;$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial s^2} = 0;\ \frac{\partial^2 K}{\partial s \partial q} = n;\ \frac{\partial^2 K}{\partial s \partial n} = q.$$

Ich wartości w punkcie P_0 wynoszą odpowiednio:

$$\frac{\partial^2 K}{\partial q^2}(P_0) = 0;\ \frac{\partial^2 K}{\partial q \partial n}(P_0) = 10{,}20;\ \frac{\partial^2 K}{\partial q \partial s}(P_0) = 2;$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial n^2}(P_0) = 0;\ \frac{\partial^2 K}{\partial n \partial q}(P_0) = 10{,}20;\ \frac{\partial^2 K}{\partial n \partial s}(P_0) = 880;$$

$$\frac{\partial^2 K}{\partial p^2}(P_0) = 0;\ \frac{\partial^2 K}{\partial s \partial q}(P_0) = 2;\ \frac{\partial^2 K}{\partial s \partial n}(P_0) = 880.$$

[3] Istnieją zależności pozwalające na szacowanie wartości reszty we wzorze Taylora, na przykład w postaci całkowej czy Cauchy’ego, jednak w omawianych zastosowaniach nie są one przydatne, bo reszta jest znana.

Pochodne rzędu drugiego po q, n oraz s mają wartości zerowe, co jest zgodne z oczekiwaniami uwarunkowanymi merytorycznie, gdyż indywidualny wpływ każdej z tych wielkości został już zidentyfikowany. Ponadto pochodne są symetryczne, to znaczy, że na przykład wartość pochodnej po q oraz po n jest taka sama jak wartość pochodnej po n oraz po q. Znów jest to merytorycznie uzasadnione, bo wpływ łączny zmiany wielkości produkcji i normy nie może zależeć od kolejności obliczeń. Korzystając z tego faktu oraz z zależności (5) możemy obliczyć domniemany wpływ łącznej zmiany wyodrębnionych czynników:

– zmiana produkcji i normy

$$\frac{2\times\frac{\partial^2 K}{\partial q \partial n}(P_0)\times\Delta q\times\Delta n}{2!}=10{,}20\times(-30)\times(0{,}05)=-15{,}30\,;$$

– zmiana produkcji i stawki $\frac{2\times\frac{\partial^2 K}{\partial q \partial s}(P_0)\times\Delta q\times\Delta s}{2!}=2\times(-30)\times(-0{,}20)=12\,;$

– zmiana normy i stawki $\frac{2\times\frac{\partial^2 K}{\partial n \partial s}(P_0)\times\Delta n\times\Delta s}{2!}=880\times 0{,}05\times(-0{,}20)=-8{,}80\,.$

Stosując wzory znane z literatury, otrzymujemy te same wartości (Bednarski i in., 1996, s. 47):

– zmiana produkcji i normy

$$(q_1-q_0)\times(n_1-n_0)\times s_0=(850-880)\times(2{,}05-2{,}00)\times 10{,}20=-15{,}30\,;$$

– zmiana produkcji i stawki

$$(q_1-q_0)\times n_0\times(s_1-s_0)=(850-880)\times 2\times(10{,}00-10{,}20)=12\,;$$

– zmiana normy i stawki

$$q_0\times(n_1-n_0)\times(s_1-s_0)=880\times(2{,}05-2{,}00)\times(10{,}00-10{,}20)=-8{,}80\,.$$

Znów wyniki niezależnie od sposobu obliczania są takie same, a łączna wartość odchyleń –515,20–15,30+12–8,80 = –527,30 różni się od odchylenia rzeczywistego o –0,30 i jest to pomijalny, łączny wpływ trzech wyodrębnionych czynników. W przykładzie można obliczyć go za pomocą trzeciego wyrazu rozwinięcia w szereg Taylora.

Niezerowe pochodne rzędu trzeciego są następujące:

$$\frac{\partial^3 K}{\partial q \partial n \partial p} = 1; \frac{\partial^3 K}{\partial q \partial p \partial n} = 1;$$

$$\frac{\partial^3 K}{\partial n \partial q \partial p} = 1; \frac{\partial^3 K}{\partial n \partial p \partial q} = 1;$$

$$\frac{\partial^3 K}{\partial p \partial q \partial n} = 1; \frac{\partial^3 K}{\partial p \partial n \partial p} = 1.$$

Znów pochodne są symetryczne, a łączny wpływ zmiany produkcji *q*, normy *n* oraz ceny *p* oblicza się następująco, korzystając z zależności (5):

$$\frac{6 \times 1 \times \Delta q \times \Delta n \times \Delta s}{3!} = -30 \times 0{,}05 \times (-0{,}20) = 0{,}30\,.$$

Zastosowanie tzw. wzoru uproszczonego pozwala uzyskać ten sam wynik (Bednarski i in., 1996, s. 47):

$$(q_1 - q_0) \times (n_1 - n_0) \times (s_1 - s_0) = (850 - 880) \times (2{,}05 - 2{,}00) \times (10{,}00 - 10{,}20) = 0{,}30\,.$$

Łączna wartość odchyleń wynosi –527,30+0,30 = –527,00 niezależnie od zastosowanego algorytmu.

Zilustrowany związek między metodą różnic cząstkowych a rozwinięciem funkcji w szereg Taylora jest zdaniem autora zasadniczą przesłanką teoretycznej legitymizacji tej metody i ma duże znaczenie praktyczne. Jasne jest, dlaczego daje ona wyniki niezależne od kolejności podstawiania. Ta właściwość metody jest zdaniem autora elementarna. Być może wbrew pozorom jest to metoda prosta, niezbędne wyprowadzenia dotyczące obliczeń za pomocą szeregu Taylora były tu bowiem prezentowane krok po kroku, podczas gdy metodę różnic cząstkowych w standardowej postaci zastosowano na podstawie gotowych wzorów.

Uzyskane wyniki są bardzo konkretną odpowiedzią na pytanie o właściwą metodę analizy i, parafrazując pogląd Tadeusza Waśniewskiego (Bednarski i in., 1996, s. 57), można stwierdzić, że chyba jednak istnieje metoda pozwalająca na dokładne rozliczenie odchyleń w stosunku do przyjętych podstaw odniesienia, jeśli chodzi o odchylenia indywidualne. Pozwala ona także na uzasadnioną rezygnację z analizy odchyleń łącznych, czyli uwalnia od problemu ich obliczania, a zwłaszcza interpretacji. Metoda ta oczywiście nie rozwiązuje w sensie dosłownym problemu odchyleń łącznych, ale daje racjonalne przesłanki zaniechania ich analizy, zwłaszcza, że nie mają one bezpośredniej interpretacji ekonomicznej. Zagadnienie to omawia szeroko Adam Żwirbla (2007, s. 62–64 oraz s. 138–142).

W wypadku znacznej liczby domniemanych czynników kształtujących analizowane zjawisko oraz skomplikowanej postaci zależności funkcyjnej uzasadnione teoretycznie jest zastosowanie metody w postaci uproszczonej, a więc z wykorzystaniem formuł obliczeniowych wynikających z rozwinięcia w szereg Taylora i ograniczenie się do pierwszego wyrazu rozwinięcia. Możliwa jest zatem szybka i skuteczna analiza, niezależnie od postaci funkcji, oczywiście przy pełnej świadomości ograniczeń wszelkich tego typu metod. Analizę wrażliwości metody dla funkcji zadanej w postaci iloczynu, pokazującą zasadność takiego postępowania (rezygnacji z analizy odchyleń łącznych) przedstawił Piotr Wójtowicz (2013, s. 988–991). Zwykle bez utraty treści merytorycznych można zrezygnować z analizy odchyleń łącznych, wiedząc, że jest to po prostu reszta (mała, a więc merytorycznie nieistotna) we wzorze Taylora.

3. Analiza wpływu czynników kształtujących syntetyczny wskaźnik *RIOA*

W tej części artykułu prezentuje się korzyści płynące z zastosowania zmodyfikowanej metody różnic cząstkowych do analizy wpływu czynników kształtujących wartość syntetycznego wskaźnika stosowanego w analizie finansowej. W tym wypadku zastosowanie gotowych, uproszczonych wzorów nie jest możliwe, bo ich po prostu nie ma.

Opisywany przez Dariusza Wędzkiego (2009, s. 419–421) system zysku rezydualnego z aktywów *RIOA* to system wskaźników nawiązujący do kategorii wartości dla właścicieli, który pozwala ją wprost mierzyć i obserwować, jak zarządzanie w różnych obszarach pozwala na jej kreowanie. Wskaźnik ten definiowany jest następująco:

$$\begin{aligned} RIOA &= CROA - \frac{1}{1+WDO} \times (SD + SO \times WDO) \times (F1 + WUKA + F2 + F3) = \\ &= CROA - WD \times (SD + SO \times WDO) \times (F1 + WUKA + F2 + F3) \end{aligned} \quad (7)$$

gdzie:

CROA – gotówkowa rentowność netto aktywów przed zapłatą odsetek (Wędzki, 2009, s. 416);

WDO – wskaźnik długu odsetkowego (Wędzki, 2009, s. 211);

WD = 1/(1+*WDO*);

SD – stopa dywidendy (Wędzki, 2009, s. 394);

SO – stopa odsetek (Wędzki, 2009, s. 393);

*F*1 – udział aktywów operacyjnych w aktywach ogółem (Wędzki, 2009, s. 420);

WUKA – udział kapitału obrotowego w aktywach ogółem (Wędzki, 2009, s. 165);

*F*2 – udział finansowych pasywów bieżących w aktywach ogółem (Wędzki, 2009, s. 420);

*F*3 – udział aktywów finansowych w aktywach ogółem (Wędzki, 2009, s. 421).

Warto podkreślić, że choć system wskaźnika *RIOA* składa się z dziewięciu wskaźników, to nie jest to lista pełna, systemy istnieją bowiem także dla *CROA, WDO* oraz *WUKA*. Nie wydaje się jednak zasadne, by aż tak rozbudowana analiza była w tym miejscu konieczna, choć biorąc pod uwagę uniwersalność metody jest ona możliwa i łatwa.

System wskaźnika *RIOA* można wykorzystać na przykładzie spółki PGE do sprawdzenia, czy cele deklarowane przez jej zarząd zostały osiągnięte. W dniu 6 listopada 2009 r. PGE zadebiutowała na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie, a 31 sierpnia 2010 r. zakończył się formalnoprawny etap programu *Konsolidacja*, którego głównymi założeniami były integracja w ramach poszczególnych obszarów działalności, uproszczenie struktur oraz spójne i skoordynowane działania. Dzięki temu w miejsce ponad 40 spółek związanych z podstawową działalnością powstało pięć podmiotów bezpośrednio odpowiedzialnych za poszczególne linie biznesowe. Ponadto 20 października 2010 r. zarządy PGE i PGE Electra SA, spółki zależnej zajmującej się obrotem hurtowym, przyjęły plan połączenia obu spółek. Włączenie PGE Electra SA do Centrum Korporacyjnego Grupy, którym jest PGE, miało pozwolić uniknąć wewnętrznej konkurencji i przyczynić się do wzrostu wartości całej grupy (*Skonsolidowane sprawozdanie finansowe zgodne z MSSF za rok zakończony dnia 31 grudnia 2010 roku*, nota 45.2). Biorąc to pod uwagę, analizą objęto dane ze sprawozdań za lata 2010, 2011 oraz 2012. Należy się spodziewać, przy innych warunkach ustalonych, że jeśli podjęte działania zarządcze były skuteczne, to wyniki za rok 2011 mierzone poprzez *RIOA* powinny być lepsze, zwłaszcza dzięki wzrostowi *CROA*.

W tabeli 2 przedstawiono wartości wskaźników składających się na system *RIOA* w latach 2010, 2011 i 2012.

Tabela 2. Wartości wskaźnika *RIOA* i elementów systemu dla PGE w latach 2010–2012

Wskaźnik	2010	2011	2012
RIOA	7,23%	8,46%	0,29%
CROA	12,52%	13,20%	10,67%
WD	90,33%	91,28%	92,07%
SD	4,19%	3,43%	8,62%
SO	8,96%	8,03%	6,93%
WDO	10,71%	9,55%	8,61%
*F*1	93,78%	93,72%	97,26%
WUKA	1,43%	6,71%	7,23%
*F*2	12,81%	17,65%	15,77%
*F*3	5,56%	5,62%	2,08%

Źródło: obliczenia własne na podstawie skonsolidowanych rocznych sprawozdań finansowych PGE za lata 2010, 2011, 2012.

Na podstawie wartości podanych w tabeli 2 można stwierdzić, że faktycznie w roku 2011 nastąpił wzrost wartości wskaźnika *RIOA* o 1,23 punktu procentowego, następnie w roku 2012 wskaźnik ten spadł aż o 8,17 punktu procentowego do wartości bliskiej zeru. W roku 2011 nastąpił spodziewany wzrost wartości *CROA*, co mogło być spowodowane skutecznością podjętych działań w ramach programu *Konsolidacja*, natomiast spadek *CROA* w roku 2012 z pewnością nie objaśnia w całości zmniejszenia *RIOA*. Aby możliwe było zidentyfikowanie domniemanego wpływu poszczególnych wskaźników tworzących system *RIOA*, konieczna jest zatem dalsza analiza. W tym celu najpierw wyznaczono pochodne cząstkowe rzędu pierwszego z funkcji (7):

$$\frac{\partial RIOA}{\partial CROA} = 1 \tag{8}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial WD} = -(SD + SO \times WDO) \times (F1 + WUKA + F2 + F3) \tag{9}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial SD} = -WD \times (F1 + WUKA + F2 + F3) \tag{10}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial WDO} = -WD \times SO \times (F1 + WUKA + F2 + F3) \tag{11}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial SO} = -WD \times WDO \times (F1 + WUKA + F2 + F3) \tag{12}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial F1} = -WD \times (SD + SO \times WDO) \tag{13}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial WUKA} = -WD \times (SD + SO \times WDO) \tag{14}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial F2} = -WD \times (SD + SO \times WDO) \tag{15}$$

$$\frac{\partial RIOA}{\partial F3} = -WD \times (SD + SO \times WDO) \tag{16}$$

Wykorzystanie powyższych zależności wymaga wykonania trzech dalszych kroków.

Po pierwsze, korzystając ze wzorów (8)–(16), trzeba obliczyć wartości pochodnych w punkcie P_0, czyli odpowiednio dla roku 2010, jeśli analizuje się zmianę wartości *RIOA* w roku 2011 oraz dla roku 2011 w wypadku analizy zmiany *RIOA* w roku 2012. Wyniki obliczeń zawiera kolumna „Wartość pochodnej w P_0" odpowiednio w tabeli 3 oraz tabeli 4.

Po drugie, na podstawie danych z tabeli 2 trzeba obliczyć zmiany wartości wskaźników reprezentujących domniemane czynniki w latach. Wyniki zawiera kolumna „Zmiana wartości" w tabeli 3 oraz tabeli 4.

Ostatnim krokiem jest obliczenie iloczynu wartości odpowiedniej pochodnej oraz zmiany wartości wskaźnika, czyli pomnożenie wartości z kolumny „Wartość pochodnej w P_0" przez wartość z kolumny „Zmiana wartości". W ten sposób obserwowana różnica wartości *RIOA* jest dekomponowana zgodnie z zależnością (2) jako iloczyn pewnego współczynnika C_i, rolę którego pełni wartość pochodnej cząstkowej w punkcie P_0, oraz zmiany wartości domniemanego czynnika, której rolę pełni odpowiednia zmiana wartości wskaźnika tworzącego system.

Posługując się tym algorytmem, wpływ *SD* na *RIOA* w roku 2011 obliczono następująco:
– pochodna w punkcie P_0

$$\frac{\partial RIOA}{\partial SD} = -WD \times (F1 + WUKA + F2 + F3) =$$
$$= -90{,}33\% \times (93{,}78\% + 1{,}43\% + 12{,}81\% + 5{,}56\%) = -102{,}59\%$$

– zmiana wartości *SD* = 3,43% – 4,19% = – 0,77%;
– wpływ SD na *RIOA* = (– 102,59%)×(– 0,77%) = 0,79%.

Wyniki dla wszystkich elementów systemu zawiera kolumna „Wpływ zmiany na *RIOA*" w tabelach 3 oraz 4. Suma tych iloczynów dla wszystkich wskaźników powinna być bliska obserwowanej zmianie wartości *RIOA* w analizowanych latach. Występująca różnica jest resztą we wzorze Taylora, tym mniejszą, im lepiej spełnione są założenia teoretyczne, a więc niezależność czynników i małe przyrosty wartości.

Należy zwrócić uwagę, że choć w tabelach 3 i 4 w kolumnach „Wartość pochodnej w P_0", „Zmiana wartości" oraz „Wpływ zmiany na *RIOA*" zachowano symbol „%", to jednak liczby te wyrażone są w punktach procentowych, a nie w %.

Tabela 3. Wpływ systemu wskaźnika na *RIOA* w roku 2011 w stosunku do roku 2010

Wskaźnik	Wartość pochodnej w P_0	Zmiana wartości	Wpływ zmiany na *RIOA*	Wpływ względny
CROA	1	0,68%	0,68%	59%
WD	–5,85%	0,95%	–0,06%	–5%
SD	–102,59%	–0,77%	0,79%	69%
SO	–10,98%	–0,92%	0,10%	9%
WDO	–9,19%	–1,16%	0,11%	9%
F1	–4,65%	–0,06%	0,00%	0%
WUKA	–4,65%	5,28%	–0,25%	–21%
F2	–4,65%	4,85%	–0,23%	–20%
F3	–4,65%	0,06%	0,00%	0%
Razem	–	–	1,15%	100%

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z tabeli 2.

Analiza danych za rok 2011, w porównaniu z rokiem 2010, pokazuje, że korzystając z pierwszego wyrazu rozwinięcia w szereg Taylora udało się objaśnić 1,15 punktu procentowego zmiany rzeczywistej wynoszącej 1,23 punktu procentowego, a więc ponad 93%. Pozostała część to reszta we wzorze Taylora, czyli tzw. wpływ odchyleń łącznych, który zdaniem autora ze względów merytorycznych jest nieistotny. Wartości podane w kolumnie „Wpływ względny” informują o tym, jaki jest udział zmiany wartości danego wskaźnika z systemu w zmianie *RIOA*. Okazuje się, że największy pozytywny wpływ na tworzenie wartości dla akcjonariuszy miał wzrost wartości *CROA* oraz spadek *SD*. Wpływ ten był zmniejszony przez niekorzystne oddziaływanie zmian w strukturze finansowania wyrażonych przez wpływ *WUKA* oraz *F*2. Wydaje się więc, że podjęte działania zmierzające do wzrostu wartości grupy PGE przyniosły w roku 2011 pozytywne rezultaty.

Tabela 4. Wpływ systemu wskaźnika na *RIOA* w roku 2012 w stosunku do roku 2011

Wskaźnik	**Wartość pochodnej w P_0**	**Zmiana wartości**	**Wpływ zmiany na *RIOA***	**Wpływ względny**
CROA	1	–2,53%	–2,53%	–31%
WD	–5,19%	0,79%	–0,04%	–1%
SD	–112,92%	5,20%	–5,87%	–72%
SO	–10,78%	–1,10%	0,12%	1%
WDO	–9,07%	–0,94%	0,09%	1%
F1	–3,83%	3,54%	–0,14%	–2%
WUKA	–3,83%	0,51%	–0,02%	0%
F2	–3,83%	–1,88%	0,07%	1%
F3	–3,83%	–3,55%	0,14%	2%
Razem	–	–	–8,18%	–100%

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z tabeli 2.

Analizując dane za rok 2012, w porównaniu z rokiem 2011 stwierdzić można przede wszystkim, że korzystając z pierwszego wyrazu rozwinięcia w szereg Taylora, udało się objaśnić zmianę *RIOA* w całości, bo różnica rzeczywista wynosi –8,1741 punktu procentowego, zaś obliczona suma wpływów elementów systemu wynosi –8,1772. W roku 2012 nastąpił znaczy spadek wartości *CROA* i równoczesny wzrost *SD*, co przy innych w zasadzie niezmiennych warunkach opisywanych przez elementy systemu *RIOA* spowodowało dramatyczny spadek wartości tego wskaźnika. Obserwowana zmiana informuje zatem o załamaniu procesu kreacji wartości dla akcjonariuszy, a jej domniemane przyczyny lokują się w obszarze *CROA* oraz powodowane są znaczną wypłatą dywidendy. Analityk zainteresowany poszukiwaniem przyczyn zmiany *CROA* może teraz przeprowadzić analizę wskaźników tworzących ten system. Analizy tej nie prezentuje się, bo wykracza ona poza ramy określone celem artykułu, lecz właściwa metoda postępowania została przedstawiona. Ze sprawozdań rocznych wynika, że w roku 2011 wypłacono dywidendy o wartości około 1,4 mld zł, zaś w roku następnym 3,5 mld zł.

Przeprowadzona analiza pozwoliła zatem ocenić wpływ domniemanych czynników składających się na system *RIOA*, mimo że funkcja, opisując wskaźnik, składała się z dziewięciu zmiennych i zadana była łącznie w postaci sumy, iloczynu i ilorazu domniemanych czynników. Trudno oceniać odczucia czytelnika dotyczące pracochłonności proponowanego algorytmu, niech jednak wolno będzie autorowi dodać, że więcej czasu zajęło wydobycie z raportów rocznych odpowiednich danych źródłowych, które są podstawą analizy niezależnie od metody, niż wykonanie niezbędnych obliczeń.

Podsumowanie

Najważniejszy wniosek płynący z przeprowadzonych badań jest taki, że metoda różnic cząstkowych jest umocowana w teorii, jaką jest wzór Taylora. Jest to podstawowa przesłanka jej legitymizacji jako metody analizy wpływu domniemanych czynników kształtujących badane zjawisko ekonomiczne. Ważna właściwość metody, czyli niezależność wyników od kolejności podstawiania, wynika z teorii. Rozwinięcie analizowanej funkcji w szereg Taylora pozwala skorzystać z algorytmu obliczeń w praktycznej postaci, rachunek różniczkowy w wypadku znacznej liczby zmiennych i złożonej postaci funkcji jest bowiem wbrew pozorom rozwiązaniem efektywnym, co zaprezentowano zwłaszcza w trzeciej części artykułu. Przeprowadzona tu analiza pokazała, że ze względów merytorycznych skorzystanie z pierwszego wyrazu rozwinięcia w szereg Taylora może być rozwiązaniem satysfakcjonującym, jeśli chodzi o pojemność informacyjną, a pominięcie tzw. odchyleń łącznych ma uzasadnienie przede wszystkim teoretyczne, gdyż pomija się resztę we wzorze Taylora, która w razie spełnienia założeń teoretycznych jest formalnie mała, a merytorycznie nieistotna. Zignorowanie odchyleń łącznych uwalnia od pracochłonnego wyznaczania pochodnych kolejnych rzędów i obliczania wartości kolejnych wyrazów rozwinięcia, a zatem także od problemu ich interpretacji. Jest to szczególnie ważne w sytuacji różnokierunkowej zmiany wartości domniemanych czynników.

Zawsze trzeba pamiętać, że choć pisze się i mówi o metodach badania przyczynowego, to jednak zmiany wartości domniemanych czynników nie są przyczynami, lecz skutkami procesów gospodarczych zachodzących w samym przedsiębiorstwie i jego otoczeniu.

Literatura

Bednarski L. (1997), *Analiza finansowa w przedsiębiorstwie*, PWE, Warszawa.

Bednarski L., Borowiecki R., Duraj J., Kurtys E., Waśniewski T., Wersty B. (1996), *Analiza ekonomiczna przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. O. Langego we Wrocławiu, Wrocław.

Burzym E. (1984), *Analiza finansowa w przedsiębiorstwie przemysłowym*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.

Dobija M. (1997), *Rachunkowość zarządcza i controlling*, PWN, Warszawa.
Dobija M. (1988), *Metoda regresji nieparametrycznej w analizie ekonomicznej przedsiębiorstw*, „Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie", nr 267, s. 259–274.
Dobija M. (red.) (2011), *Kapitał ludzki w perspektywie ekonomicznej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
Micherda B. (1997), *Analityczna funkcja rachunkowości w okresie przejściowym do gospodarki rynkowej*, seria „Monografie", nr 129, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
Olszański W. (1989), *Wybór metod badań przyczynowych*, „Rachunkowość", nr 2.
Rudnicki R. (2001), *Wykłady z analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
Szczepaniak J. (1965), *Analiza rentowności przedsiębiorstw przemysłowych*, PWN, Warszawa.
Waśniewski T. (1972), *Metoda funkcyjna a ekonomiczna analiza zależności zjawisk*, „Ekonomika i Organizacja Pracy", nr 11.
Wędzki D. (2009), *Analiza wskaźnikowa sprawozdania finansowego. Tom 2. Wskaźniki finansowe*, Oficyna a Wolters Kluwer Business, Kraków.
Wójtowicz P. (2013), *Legitymizacja i praktyczna modyfikacja metody różnic cząstkowych*, [w:] A. Karmańska (red.), *Nauka o rachunkowości na progu gospodarki opartej na wiedzy*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, s. 979–994.
Żwirbla A. (2007), *Rozwój metod ilościowych analizy ekonomicznej*, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń.

Źródła internetowe

Grupa Kapitałowa PGE Polska Grupa Energetyczna SA, *Skonsolidowane sprawozdanie finansowe zgodne z MSSF za rok zakończony dnia 31 grudnia 2012 roku*, http://www.gkpge.pl/media/pdf/Skonsolidowane_sprawozdanie_finansowe_GK_PGE_2012.pdf (dostęp 2.02.2014).
Grupa Kapitałowa PGE Polska Grupa Energetyczna SA, *Skonsolidowane sprawozdanie finansowe zgodne z MSSF za rok zakończony dnia 31 grudnia 2011 roku*, http://www.gkpge.pl/media/pdf/Skonsolidowane_sprawozdanie_finansowe_GK_PGE_2011.pdf (dostęp 2.02.2014).
Grupa Kapitałowa PGE Polska Grupa Energetyczna SA, *Skonsolidowane sprawozdanie finansowe zgodne z MSSF za rok zakończony dnia 31 grudnia 2010 roku*, http://www.gkpge.pl/media/pdf/Skonsolidowane_sprawozdanie_finansowe_GK_PGE_2010.pdf (dostęp 2.02.2014).

Streszczenie
Celem niniejszego artykułu jest prezentacja teorii legitymizującej metodę różnic cząstkowych i ocena przydatności tej metody we współczesnej, zaawansowanej analizie wskaźnikowej w sytuacji, gdy korzysta się z systemu wskaźnika. Metoda ta jest rozwinięciem funkcji w szereg Taylora. Prezentowane tu uzasadnienie teoretyczne tej konkretnej metody analizy uwalnia od problemów związanych z postacią analityczną badanej funkcji oraz pozwala na uzasadnioną teoretycznie rezygnację z problematycznej analizy tzw. odchyleń łącznych. Niezależność wyników od kolejności podstawiania ma umocowanie właśnie w rachunku różniczkowym. Rachunek ten w wypadku znacznej liczby zmiennych i złożonej postaci funkcji jest rozwiązaniem efektywnym, co pokazano na przykładzie analizy systemu wskaźnika RIOA złożonego z dziewięciu elementów.

Słowa kluczowe: metoda różnic cząstkowych, szereg Taylora, deterministyczne metody analizy ekonomicznej.

Summary

Usefulness of the modified partial differences method in complex ratio analysis

The aim of the paper is presentation of the theory behind the partial differences method and evaluation of its usefulness in contemporary, complex ratio analysis. The Taylor-series-based analysis facilitates calculation in cases of complexity of the analyzed function and considerable number of explanatory variables; furthermore, the existence of the remainder term is the premise to ignore next terms of the Taylors series, which represent common differences. Such a step eliminates the problem of their sometimes embarrassing interpretation. An example of the efficient analysis of RIOA, i.e. the modified residual income to total assets ratio is presented. The system of the RIOA consists of nine factors.

Keywords: partial differences method, Taylor series, deterministic methods of financial analysis.